

Chapitre 10

Introduction aux Réseaux de Petri

- 1. Introduction**
- 2. Définition des réseaux de Petri**
 - Définition formelle**
 - Exemple. Matrices de connexion**
 - Animation du graphe**
- 3. Propriétés des réseaux de Petri**
 - Conflits et parallélisme**
 - Réseaux propres**
 - Réseaux vivants**
 - Réseaux bornés**
 - Réseaux conformes**
 - Machines à états finies**
- 4. Extensions**
 - Réseaux à arcs étiquetés**
 - Réseaux interprétés**
 - Autres extensions**
 - Grafcet**

1 Introduction

Cahier des charges → Spécification formelle → Conception

Critique des modèles d'états

Simplicité

Souhaits : ➡

Expression du parallélisme

Critique des modèles HDL

Analyse formelle

2 Définition d'un Réseau de Petri

2.1 Définition

Quintuple : $R = (T, P, A, M_0)$

T : ensemble de **transitions** $T = \{t_1, t_2, \dots, t_l\}$

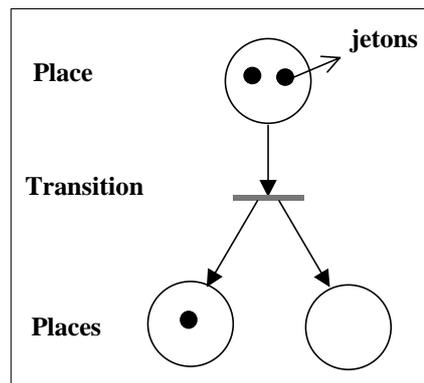
P : ensemble de **places** $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$

A : ensemble d'**arcs** $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ $A \subseteq \{P \times T\} \cup \{T \times P\}$

M_0 : marquage initial : $\{m(p_i)\}$ (entier ≥ 0 = nombre de **jetons** dans place p_i .)

Expression du parallélisme :

évolution des *jetons* entre certaines places lors de tirs de *transitions*.



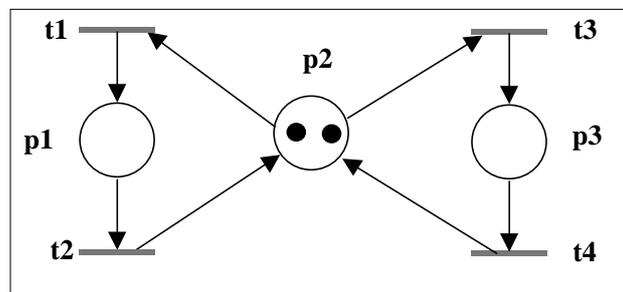
2.2 Exemple

$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$

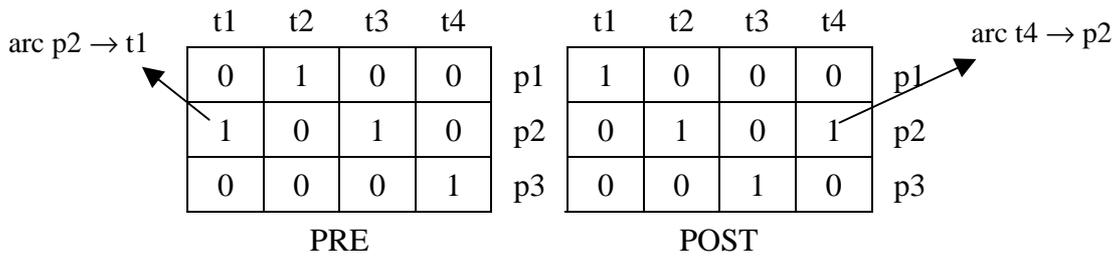
$P = \{p_1, p_2, p_3\}$

Arcs = $\{(p_2, t_1), (t_1, p_1), (p_1, t_2),$
 $(t_2, p_2), (p_2, t_3), (t_3, p_3),$
 $(p_3, t_4), (t_4, p_2)\}$

$M_0 = [0 \ 2 \ 0]$
 $1 \ 2 \ 3$



Matrices de connexion :

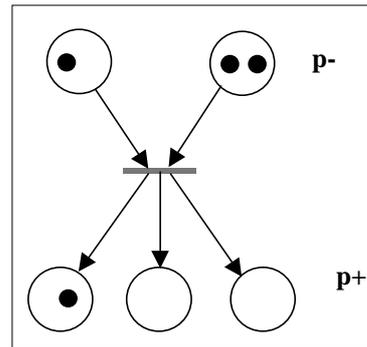


2.3 Animation du graphe

Sensibilisation d'une transition

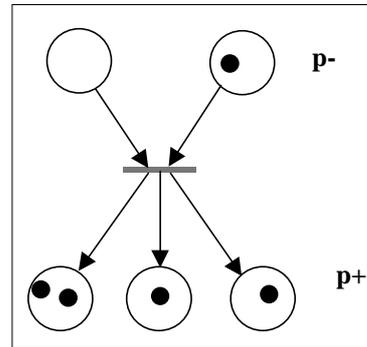
Une transition est sensibilisée ssi toute place prédécesseur contient au moins un jeton.

$$\forall p \in P \quad M(p) \geq PRE(p,t)$$



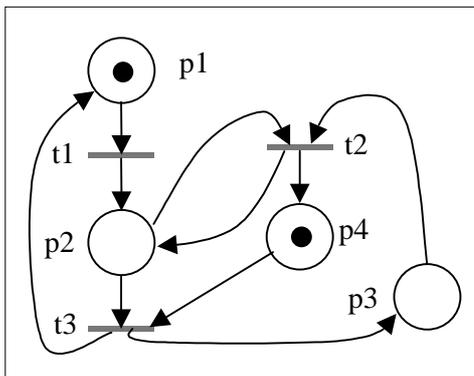
Tir d'une transition

On enlève 1 jeton de chaque place 'amont' et on ajoute 1 jeton à chaque place 'aval'.



Il n'y a pas conservation a priori du nombre de jetons dans le graphe

Graphe des marquages



Marquages successifs :

M0 1 0 0 1

M1 0 1 0 1

M2 1 0 1 0

M3 0 1 1 0

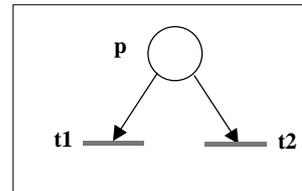
M1 : le graphe contient une boucle

3 Propriétés

3.1 Conflits et parallélisme

Structure potentiellement conflictuelle

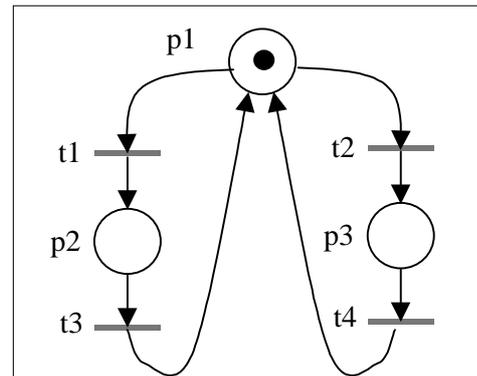
$t1$ et $t2$ sont en conflit structurel
potentiel pour le partage des jetons de la
place p .



Conflit relatif au marquage

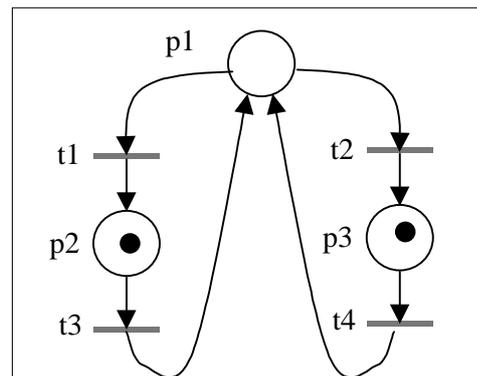
Structure potentiellement conflictuelle
+ marquage insuffisant

$t1$ et $t2$ en conflit pour le partage du jeton :
non déterminisme du tir ($t1$ ou $t2$)



Parallélisme :

$t1$ et $t2$ sont tirées en parallèle



3.2 Réseau propre (réinitialisable)

SSI \forall marquage M_i accessible depuis M_0 , \exists une séquence de tirs conduisant à M_0 .

3.3 Réseau vivant (sans blocage)

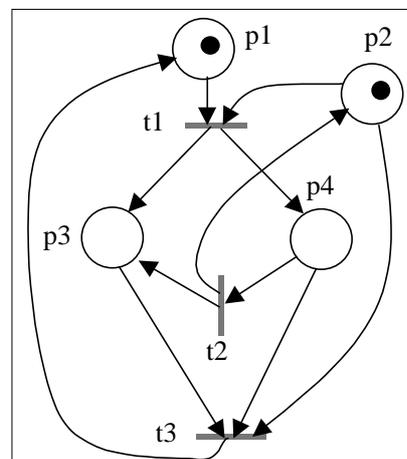
$M_0 \rightarrow M_k$

$\forall t_i \exists$ séquence de tirs passant par t_i

$M_0 = 1 \ 1 \ 0 \ 0$

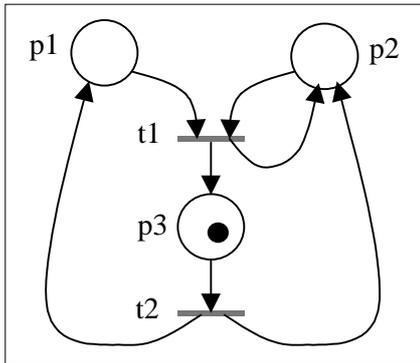
$M_1 = 0 \ 0 \ 1 \ 1$

$M_2 = 0 \ 1 \ 2 \ 0 \rightarrow$ blocage !



3.4 Réseau borné

Si \forall marquage M_i accessible depuis M_0 , et $\forall p_j \in P \rightarrow M_i(p_j) \leq \text{MAX}$.



Marquages successifs :

M0	0 0 1
M1	1 1 0
M2	0 1 1
M4	1 2 0
M5	1 2 1
M6	1 3 1 ... croissance infinie

Si $\text{MAX} = 1 \rightarrow$ Réseau de Petri Sauf

3.5 Réseau conforme

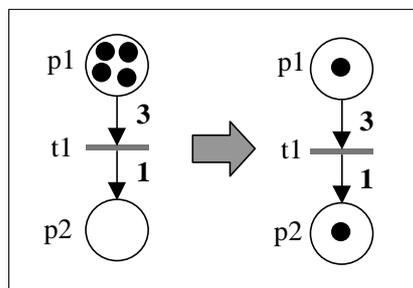
Réseau de Petri **vivant** et **sauf** : 1 jeton, sans blocage

3.6 Machine à états finie

Chaque transition n'a qu'une place amont et une place aval.

4 Extensions des réseaux de Petri

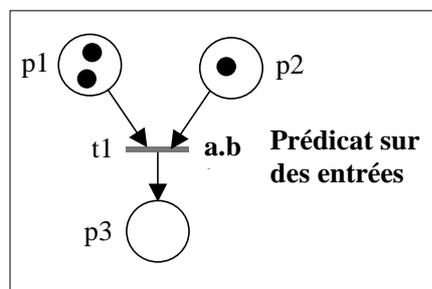
4.1 Réseaux de Petri à arcs étiquetés



4.2 Réseau de Petri interprété

Tir de la transition si :

- 1) transition sensibilisée
- 2) prédicat vrai ($ab' = 1$)



4.3 Autres extensions

Réseaux de Petri temporisés,
Réseaux de Pétri stochastiques,
Réseaux de Petri colorés.

4.4 Grafcet

Quelques éléments du Grafcet